Satz über die Umkehrfunktion (C^α-Version)

Sei $f \in C^\alpha(X, \mathbb{R}^n)$, $X \subset \mathbb{R}^n$ offen und $x_0 \in X$. Dann sind äquivalent:

1. $Df(x_0)$ ist invertierbar.
2. Es gibt ein Umgebung $U \subset X$ von x_0 und eine Umgebung $V \subset \mathbb{R}^n$ von $f(x_0)$, so daß die Einschränkung $f : U \to V$ ein C^α-Diffeomorphismus ist.

Satz über implizite Funktionen (C^α-Version)

Seien $X \subset \mathbb{R}^k$, $Y \subset \mathbb{R}^m$ offen und $f \in C^\alpha(X \times Y, \mathbb{R}^m)$. Sei $(x_0, y_0) \in X \times Y$ mit $f(x_0, y_0) = 0$ und $D_y f(x_0, y_0)$invertierbar. Dann existieren offene Umgebungen $U \subset X$ von x_0, $V \subset Y$ von y_0 und $g \in C^\alpha(U, V)$ mit

$$\mathrm{Graph}\, g = \{(x, y) \in X \times Y \mid f(x, y) = 0\} \cap \ (U \times V)\,,$$

(i.e. $f(x, g(x)) = 0$ für alle $x \in U$.)