

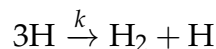
Mathematik, Studium MINT (MA 8802)**Tutorübung** (29.5.2017-02.6.2017)**T 5.1. (Logistisches Modell lösen)**

Das logistische Modell lautet:

$$N'(t) = rN(t) \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right), \quad N(0) = N_0,$$

dabei sind r , K and N_0 positive Konstanten.

- Lösen Sie die Differentialgleichung mittels der Methoden aus der Vorlesung (4-Schritt-Methode und Partialbruchzerlegung).
- Skizzieren Sie sorgfältig die Lösung für $r = 0,05$ [1/Jahr], $K = 10$ Millionen und $N_0 = 1$ Million. Bis zu welchem Zeitpunkt stimmt die Vorhersage des einfacheren Modells $N'(t) = rN(t)$ (konstante Wachstumsrate) bis auf 10 Prozent mit der Lösung der logistischen Gleichung überein?

T 5.2. (Chemische Kinetik, Reaktion dritter Ordnung, Modellierung und Lösungsfunktionen) Betrachten Sie die Atomrekombination des Wasserstoffes:

- Stellen Sie analog zur Vorlesung die Differentialgleichungen für die Konzentrationen $[\text{H}]$ des atomaren Wasserstoffes und $[\text{H}_2]$ des Wasserstoffes auf.
- Lösen Sie die Differentialgleichungen aus (a) und geben Sie die explizite Lösung für die Anfangswerte $[\text{H}](0) = A_0$ und $[\text{H}_2](0) = 0$ an.
- Skizzieren Sie die beiden Lösungen. Läuft die Reaktion langsamer oder schneller ab als eine Reaktion zweiter Ordnung, für die die Differentialgleichung $\frac{d[A]}{dt} = -2k[A]^2$ gilt?

T 5.3. (Newtonsches Abkühlungsgesetz) Das Newtonsche Abkühlungsgesetz beschreibt einen Abkühlungsprozess mit folgendem Anfangswertproblem

$$u'(t) = -k(u(t) - a), \quad u(0) = u_0,$$

dabei ist $u(t)$ die Temperatur des betrachteten Objektes (Festkörper oder Flüssigkeit) zum Zeitpunkt t , u_0 die Anfangstemperatur der Flüssigkeit, a die konstante Umgebungstemperatur und $k > 0$ der konstante Abkühlfaktor. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass $k = \frac{C}{m}$. Dabei ist C eine feste Konstante und m ist die Masse der Flüssigkeit.

Bitte wenden!

- (a) Lösen Sie das Anfangswertproblem. Skizzieren Sie die Lösung.
- (b) Die Temperatur einer Mischung von einer Flüssigkeitsmenge p mit der Temperatur T_0 und einer Flüssigkeitsmenge q mit der Temperatur T_1 führt dazu, dass die Mischungsmenge $p + q$ die Temperatur $\frac{pT_0 + qT_1}{p+q}$ hat.
Wenn der Kaffee 80 Grad heiß ist und die Milch ebenso wie die Umgebung eine Temperatur von 20 Grad hat, kühlt der Kaffee schneller ab, wenn man die gleiche Menge Milch gleich dazugibt?

T 5.4. (Zusatzaufgabe: Differentialgleichungen erster Ordnung)

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen mithilfe der 4-Schritt-Methode aus der Vorlesung, und skizzieren Sie jeweils die Lösung:

- (a) $y' = y^2 \sin(x), \quad y(0) = 1$
- (b) $y' = -xe^y, \quad y(0) = -2$
- (c) $(x^2 - 1)y' = 2y, \quad y(0) = 5.$

Aktuelle Informationen und Materialien zur Vorlesung finden Sie auf der Vorlesungsseite

<http://www-m7.ma.tum.de/bin/view/Analysis/MINT17>