Prof. Dr. Gero Friesecke
Dr. Nina Ovcharova

SoSe 2017
Blatt 2

Mathematik, Studium MINT (MA 8802)

Tutorübung (8.-12.5.2017)

T 2.1. (**Potenzfunktionen mit negativem Exponenten**)

a) Zeichnen Sie die Graphen der Potenzfunktionen $f(x) = a \cdot x^\alpha$ für die Exponenten $\alpha = -3, -2, -1, -1/2, -1/3$ und den Vorfaktor $a = 1$ (im selben Koordinatensystem).

b) Begründen Sie: Der Graph von $x^{-1/n}$ ist die Spiegelung des Graphen von x^{-n} an der Winkelhalbierenden.

c) Was passiert mit dem Graphen von $1/x$ bei Spiegelung an der Winkelhalbierenden?

T 2.2. (**Umkehrfunktion**)

Sei f eine Funktion mit Definitionsbereich D (d.h. jeder reellen Zahl x in D wird genau eine reelle Zahl $y = f(x)$ zugeordnet). Der *Wertebereich* W der Funktion ist definiert als die "Menge aller vorkommenden Werte", d.h. die Menge aller reellen Zahlen y, sodass $y = f(x)$ für mindestens eine reelle Zahl x im Definitionsbereich D.

a) Begründen Sie geometrisch anhand des Graphen von f: falls f streng monoton steigend oder streng monoton fallend, existiert eine Funktion g mit Definitionsbereich W und Wertebereich D, sodass

$$f(x) = y \Longleftrightarrow g(y) = x.$$

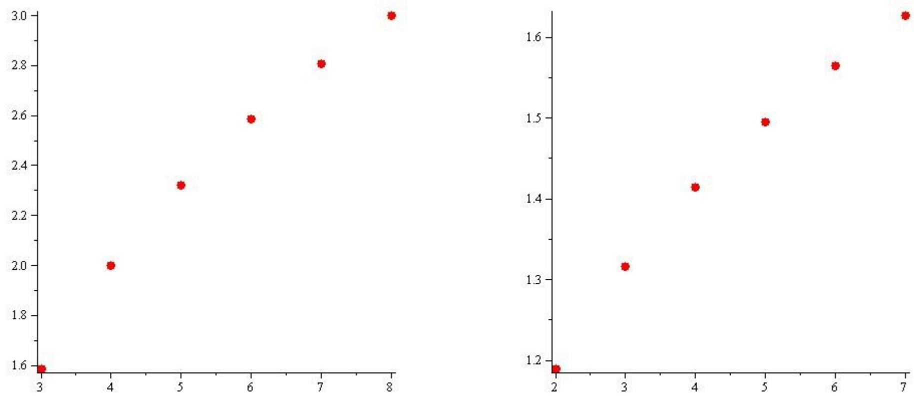
Die Funktion g heisst *Umkehrfunktion* von f.

b) Begründen Sie: Der Graph von g ist die Spiegelung des Graphen von f an der Winkelhalbierenden.

c) Bestimmen Sie für allgemeine affin-lineare, Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen ($f(x) = a\,x + b$, $f(x) = a\,x^\alpha$ $(x \geq 0)$, $f(x) = aB^x$ $(B > 0)$, $f(x) = \log_B x$ $(x > 0,\ B > 0)$, siehe VL 2 Paragraph 3) jeweils Definitionsbereich, Wertebereich und – sofern die Funktion streng monoton steigend oder streng monoton fallend ist – die Umkehrfunktion. Fassen Sie Ihre Ergebnisse übersichtlich in einer Tabelle zusammen.

Bitte wenden!

T 2.3. (**Methode der Achsenskalierung**)
Gegeben seien die folgenden Datensätze:



x	3	4	5	6	7	8
y	1.585	2.000	2.322	2.585	2.807	3.000

x	2	3	4	5	6	7
y	1.189	1.316	1.414	1.495	1.565	1.627

Beide Datensätze sehen auf den ersten Blick ähnlich aus, genügen aber völlig unterschiedlichen funktionalen Abhängigkeiten. Bestimmen Sie diese gemäss der Vorgehensweise in VL3. Führen Sie hierzu folgende Schritte durch:

a) Logarithmieren Sie alle x- und y-Werte zur Basis 10. Verwenden Sie hierzu einen Taschenrechner.

b) Stellen Sie beide Datensätze per Hand jeweils sorgfältig graphisch auf drei verschiedene Weisen dar: a) einfach-logarithmisch mit skalierter y-Achse, b) einfach-logarithmisch mit skalierter x-Achse, c) doppelt-logarithmisch (“Log-Log-Plot”).

c) Folgern Sie jeweils den Funktionstyp.

d) Schätzen Sie graphisch die Parameter der Funktion. Benutzen Sie hierzu denjenigen Plot, bei dem die Datenpunkte auf einer Geraden liegen.

e) Bestimmen Sie durch eine geeignete Rechnung die Parameter der Funktion. Vergleichen Sie mit d).

f) Sagen Sie jeweils den y-Wert für $x = 30$ vorher.

T 2.4. (**Zusatzaufgabe (freiwillig)**)
Vervollständigen Sie den Beweis von Satz 4.1 aus VL 3, indem Sie – analog zur Vorgehensweise bei der doppelt-logarithmischen Darstellung – auch die beiden Fälle der einfach-logarithmischen Darstellung mit skalierter $y-$ bzw. $x-$Achse behandeln.

Aktuelle Informationen und Materialien zur Vorlesung finden Sie auf der Vorlesungsseite

`http://www-m7.ma.tum.de/bin/view/Analysis/MINT17`