

Mathematik, Studium MINT (MA 8802)**Tutorübung** (10.7.2017-15.7.2017)**T 10.1. (Taylorpolynom)** Berechnen Sie das Taylorpolynom 2. Grades der Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

um die Stelle 0.

T 10.2. (Skalarprodukt) Gegeben sind die Vektoren

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie das Skalarprodukt $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$.
- Berechnen Sie die Längen $|\mathbf{u}|$ und $|\mathbf{v}|$.
- Mit Hilfe der Formel $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = |\mathbf{u}| |\mathbf{v}| \cos \angle(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ berechnen Sie den Winkel zwischen den beiden Vektoren.

T 10.3. (Matrix-Vektor-Produkt) Berechnen Sie die folgenden Produkte:

$$(a) \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 7 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

T 10.4. Gradient einer quadratischen Form Sei

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

eine symmetrische Matrix und x ein Vektor in \mathbb{R}^2 . Bilden Sie die quadratische Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = Ax \cdot x$ und berechnen Sie den Gradienten $\nabla f(x)$ dieser Funktion. Was fällt Ihnen auf? Sehen Sie einen Zusammenhang zwischen A und $\nabla f(x)$?

Bitte wenden!

T 10.5. (Partielle Ableitungen) Berechnen Sie die partielle Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}$ und $\frac{\partial f}{\partial y}$ der folgenden Funktionen und bilden Sie den Gradientenvektoren:

(a) $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3x^2$

(b) $f(x, y) = \cos(x + 2y)$

(c) $e^{xy} \sin(x^2 + y)$

(d) $\ln \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x \neq 0, y \neq 0.$

T 10.6. (Zusatzaufgabe)

Berechnen Sie durch Taylorentwicklung der Funktion $f(x) = \sin x$ an der Stelle $x = \frac{\pi}{4}$ bis zur Ordnung 2 einen Näherungswert für $\sin 46^\circ$. *Hinweis:* Benutzen Sie, dass $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ rad.

Aktuelle Informationen und Materialien zur Vorlesung finden Sie auf der Vorlesungsseite

<http://www-m7.ma.tum.de/bin/view/Analysis/MINT17>