Prof. Dr. Gero Friesecke
Arseniy Tsipenyuk

SS 2017
Blatt 4

Funktionetheorie [MA2006/MA2008]

Tutoraufgaben

(Besprechung im Zeitraum vom 23.05.–25.05.2017)

T 1. Aus welchem Resultat der 3. Vorlesung folgt, dass $\frac{1}{z}$ auf $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ keine Stammfunktion besitzt, d. h., es gibt keine holomorphe Funktion $F\colon \mathbb{C} \setminus \{0\} \to \mathbb{C}$ mit $F'(z) = \frac{1}{z}$?

T 2. Sei $Q \subset \mathbb{C}$ das Quadrat mit den Eckpunkten $0, 1, 1+i$ und i. Berechnen Sie (unter der Beachtung der Orientierungsvereinbarung aus der Vorlesung) direkt aus der Definition des Kurvenintegrals die Werte von:

$$(a)\ \int_{\partial Q} |z|^2 dz, \qquad (b)\ \int_{\partial Q} z^2 dz.$$

Hausaufgaben

(Abgabe bis 30.05.2017, 18:00 Uhr, Briefkasten im MI-Untergeschoss)

H 1. Zeigen Sie auf zwei Arten, dass die Funktion $u\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $u(x,y) = e^x \cos y$ harmonisch ist. Zeigen Sie die Behauptung

(a) durch direktes Ausrechnen von Δu;

(b) durch Verwenden eines passenden Resultates aus Vorlesung.

H 2. Berechnen Sie das komplexe Kurvenintegral

$$\frac{1}{2i} \int_{\partial M} \overline{z}\, dz,$$

wobei ∂M der Rand der zwei nachfolgend angegebenen Teilmengen von $\mathbb{C}$ ist. Es gelten die Orientierungsvereinbarungen aus der Vorlesung. Vergleichen Sie anschließend den Realteil Ihrer Lösung mit dem Flächeninhalt des von γ berandeten Gebietes.

(a) $M_1 = K_r(c) = \{z \in \mathbb{C} : |z - c| < r\}$ für allgemeines $c \in \mathbb{C}$ und $r > 0$.

(b) $M_2 = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2,\ \mathrm{Im}(z) > 0\}$ (Halbring).

Bemerkung: Die Flächeninhalte dürfen mit der bekannten Formel für die Kreisfläche und elementargeometrischen Argumenten ermittelt werden.

Aktuelle Informationen zu Vorlesung und Übungen finden Sie unter:
http://www-m7.ma.tum.de/bin/view/Analysis/FunkTheo17