Technische Universität München

PROF. DR. GERO FRIESECKE
ARSENIY TSIPENYUK

SS 2017
BLATT 3

Funktionetheorie [MA2006/MA2008]

Tutoraufgaben

(Besprechung im Zeitraum vom 16.05.–18.05.2017)

T 1. Zeigen Sie: eine holomorphe Funktion mit zusammenhëngendem Definitionsbereich, die nur reelle Werte annimmt, muss konstant sein.

T 2. Untersuchen Sie, in welchen Punkten $z = x + iy$ die folgenden Funktionen holomorph sind.

(a) $f_1(z) := x^2 + iy^2$;

(b) $f_2(z) := 2xy - i(x^2 - y^2)$;

(c) $\sin(z) = \cosh y \sin x + i \sinh y \cos x$. (Prüfen Sie nach, dass dieser Ausdruck mit der gewöhnlichen Definition, $\sin(z) = (e^{iz} - e^{-iz})/2i$, übereinstimmt.)

Hausaufgaben

(Abgabe bis 23.05.2017, 18:00 Uhr, Briefkasten im MI-Untergeschoss)

H 1. Untersuchen Sie, in welchen Punkten $z = x + iy \in \mathbb{C}$ die Cayley-Abbildung holomorph ist:

$$f(z) = \frac{z - i}{z + i}.$$

H 2. Zeigen Sie: Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ holomorph, $|f|^2 \equiv \text{const}$. Dann gilt: $f \equiv \text{const}$.

Hinweis. Sie können o. B. d. A. $\text{const} \neq 0$ *annehmen. (Warum?) Drücken Sie* $|f|^2$ *mithilfe von* $u := \operatorname{Re} f$, $v := \operatorname{Im} f$ *aus, differenzieren Sie die Konstanzbedingung nach* x *bzw.* y*. Benutzen Sie die Cauchy-Riemann-Gleichungen, um Ableitungen von* v *durch Ableitungen von* u *zu ersetzen, und multiplizieren Sie die erhaltenen Gleichungen mit* u *bzw.* v*.*

Aktuelle Informationen zu Vorlesung und Übungen finden Sie unter:
http://www-m7.ma.tum.de/bin/view/Analysis/FunkTheo17